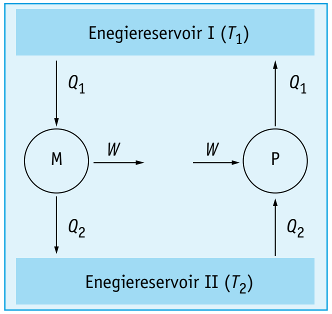
4 Kreisprozesse und der zweite Hauptsatz der Wärmelehre

Wenn ein Stein zu Boden fällt und dort eine Verformung hinterlässt, dann wird bei diesem Vorgang die anfänglich potenzielle Energie über den Zwischenschritt der kinetischen Energie schließlich in Wärme umgewandelt und dadurch die innere Energie im Bereich der Einschlagstelle erhöht. Der umgekehrte Vorgang, nämlich das spontane Aufsteigen eines Steins unter Abkühlung seiner Umgebung, wäre zwar nach dem ersten Hauptsatz durchaus möglich, ist aber noch nie beobachtet worden. Ebenso wenig wurde beobachtet, dass sich ein Gasgemisch unter Abkühlung seiner Umgebung selbstständig trennt oder sich Glasscherben wieder zu einem Glas zusammenfügen. R. Clausius hat für alle diese denkbaren Vorgänge, die zwar dem Prinzip der Energieerhaltung genügen würden, einen Erfahrungssatz formuliert, der ihr Nicht-Stattfinden auf einen gemeinsamen Grund zurückführt:

2. Hauptsatz der Wärmelehre

Wärme fließt natürlicherweise
vom wärmeren zum kälteren Gegenstand,
aber niemals spontan in die umgekehrte Richtung.

Mit der Erfindung und Konstruktion von Dampfmaschinen, Wärmekraftmaschinen und -pumpen, Verbrennungsmotoren u. a. stellte sich speziell die Frage, ob und in welchem Maße Arbeit aus Wärme gewonnen werden kann. Hierzu betrachten wir ein **Schema**, das all diesen Aggregaten gemeinsam ist: Eine **Wärmekraftmaschine M** entnimmt einem ersten Energiereservoir bei hoher Temperatur T_1 die Wärmemenge Q_1, gewinnt die nutzbare Arbeit W und gibt die Restwärme Q_2 bei niedriger Temperatur $T_2 < T_1$ an ein zweites Energiereservoir ab, wobei das Prinzip der Energieerhaltung auf $\boldsymbol{Q_1 = W + Q_2}$ führt. Diese Gleichung gilt auch für eine **Wärmepumpe P**, jedoch drehen sich hier die Fließrichtungen bei der Arbeit und den Wärmemengen um, denn jetzt wird Q_2 unter Aufwendung der Arbeit W dem Reservoir II entnommen und zusammen als Wärmemenge Q_1 an das Reservoir I abgegeben. In beiden Fällen definiert man den **Wirkungsgrad** $\boldsymbol{\eta}$ des Aggregats als das Verhältnis von nutzbarer zu aufgewandter Energie und es gilt:



Wirkungsgrad Wärmekraftmaschine und Wärmepumpe

Wärmekraftmaschine M: $\eta_M = \dfrac{W}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \boldsymbol{1 - \dfrac{|Q_2|}{Q_1}}$
und

Wärmepumpe P: $\eta_P = \dfrac{|Q_1|}{W} = \dfrac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2} = \boldsymbol{\dfrac{1}{1 - \frac{Q_2}{|Q_1|}}}$.

Beispiel 4.1

a) Eine Wärmekraftmaschine arbeitet mit einem Wirkungsgrad von 60 %. Welche Wärme Q_1 muss für jedes Kilojoule Nutzarbeit aufgenommen werden? Welche Restwärme Q_2 wird abgegeben?

$Q_1 = \frac{W}{\eta_M} = \frac{1\,\text{kJ}}{0{,}6} = 1{,}67\,\text{kJ}$ und $|Q_2| = Q_1 - W = 0{,}67\,\text{kJ}$

b) Dasselbe Aggregat wird nun als Wärmepumpe betrieben. Wie groß ist jetzt sein Wirkungsgrad? Wie groß sind nun Q_1 und Q_2?

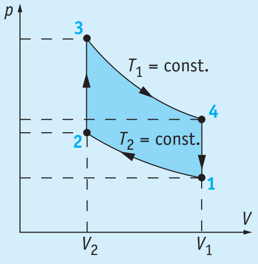
Wirkungsgrad: $\eta_P = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{1}{W/|Q_1|} = \frac{1}{\eta_M}$, das heißt: $\eta_P = \frac{1}{0{,}6} = 1{,}67$

$|Q_1| = W \cdot \eta_P = 1\,\text{kJ} \cdot 1{,}67 = 1{,}67\,\text{kJ}$ und
$Q_2 = |Q_1| - W = 0{,}67\,\text{kJ}$ bleiben unverändert!

Die Gewinnung von Arbeit aus Wärme oder der Transport von Wärme gegen ein Temperaturgefälle erfolgen stets mithilfe eines Arbeitsgases, das eine Folge von technisch kontrollierten Zustandsänderungen periodisch durchläuft, sodass der Zustand am Ende eines Zyklus' wieder mit dem Anfangszustand übereinstimmt. Aus der Vielzahl solcher **Kreisprozesse** soll nun der **Stirling-Prozess** ausgewählt und mit Blick auf den **höchsten erzielbaren Wirkungsgrad** hin analysiert werden. Dazu betrachten wir einen vollkommen verlustfreien, das heißt **reversibel** durchgeführten Zyklus:

Wärmelehre

Stirling-Prozess



1 ⟶ 2: Das Arbeitsgas wird bei der niedrigen Temperatur T_2 isotherm komprimiert. Dabei nimmt es die Arbeit $W_{12} = -Q_2 = -\nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ auf.

2 ⟶ 3: Bei der isochoren Druckerhöhung steigt die Temperatur von T_2 auf T_1 an. Wegen $\Delta V = 0$ ist auch die Arbeit $W_{23} = -p \cdot \Delta V = 0$.

3 ⟶ 4: Isotherme Expansion bei T_1. Abgegebene Arbeit: $W_{34} = -Q_1 = -\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$

4 ⟶ 1: Isochore Drucksenkung: T_1 fällt auf T_2 ab. Kein Arbeitbeitrag: $W_{41} = -p \cdot \Delta V = 0$

Man sieht nun, dass der ideale Wirkungsgrad eines Stirling-Motors

$$\eta_{M,\,St} = 1 - \frac{\left| \nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \right|}{\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}} = 1 - \frac{\nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}}{\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}} = \mathbf{1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

bei reversibler Prozessführung **allein durch das Temperaturgefälle** bestimmt wird und sich nur mit zunehmendem Temperaturunterschied verbessert. Durch technisch-konstruktive Maßnahmen können zwar unerwünschte Verluste, wie Reibung oder Wärmenebenströmung, verringert werden. Der **reale Wirkungsgrad** kann jedoch nicht über den idealen Wirkungsgrad hinaus gesteigert werden!

Zur Vertiefung

Historisch betrachtet wurde der optimale Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine zuerst von S. Carnot bestimmt. Der **Carnot'sche Kreisprozess** unterscheidet sich von dem Stirling'schen Kreisprozess dadurch, dass er anstelle der beiden isochoren Teilprozesse (2 ⟶ 3 und 4 ⟶ 1) adiabatische Zustandsänderungen durchläuft. Dadurch gestaltet sich die Analyse aufwendiger, mündet jedoch in dasselbe Ergebnis. Begründen Sie, dass es keinen, wie auch immer durchgeführten Kreisprozess gibt, dessen Wirkungsgrad größer als $1 - \frac{T_2}{T_1}$ ist!

Beispiel 4.2

Welchen Wirkungsgrad kann eine Wärmekraftmaschine, der ein Wärmereservoir von 80,0 °C und Grundwasser von 15,0 °C zur Verfügung stehen, nicht überschreiten?

$$\eta_M = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{(273{,}15 + 15)\,\mathrm{K}}{(273{,}15 + 80)\,\mathrm{K}} = 0{,}184 \quad (18{,}4\,\%)$$