pe P, jedoch drehen sich hier die Fließrichtungen bei der Arbeit und den Wärmemengen um, denn jetzt wird Q_2 unter Aufwendung der Arbeit W dem Reservoir II entnommen und zusammen als Wärmemenge Q_1 an das Reservoir I abgegeben. In beiden Fällen definiert man den **Wirkungsgrad η** des Aggregats als das Verhältnis von nutzbarer zu aufgewandter Energie und es gilt:

Wirkungsgrad Wärmekraftmaschine und Wärmepumpe

Wärmekraftmaschine M: $\eta_M = \frac{W}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \mathbf{1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}}$ und

Wärmepumpe P: $\eta_P = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{|Q_1|}{|Q_1| - Q_2} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 - \frac{Q_2}{|Q_1|}}}$.

Beispiel 4.1

a) Eine Wärmekraftmaschine arbeitet mit einem Wirkungsgrad von 60 %. Welche Wärme Q_1 muss für jedes Kilojoule Nutzarbeit aufgenommen werden? Welche Restwärme Q_2 wird abgegeben?

$Q_1 = \frac{W}{\eta_M} = \frac{1\,\text{kJ}}{0{,}6} = 1{,}67\,\text{kJ}$ und $|Q_2| = Q_1 - W = 0{,}67\,\text{kJ}$

b) Dasselbe Aggregat wird nun als Wärmepumpe betrieben. Wie groß ist jetzt sein Wirkungsgrad? Wie groß sind nun Q_1 und Q_2?

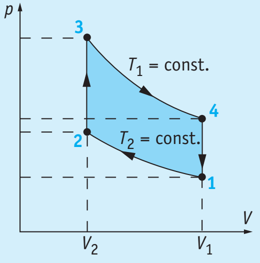
Wirkungsgrad: $\eta_P = \frac{|Q_1|}{W} = \frac{1}{W/|Q_1|} = \frac{1}{\eta_M}$, das heißt: $\eta_P = \frac{1}{0{,}6} = 1{,}67$

$|Q_1| = W \cdot \eta_P = 1\,\text{kJ} \cdot 1{,}67 = 1{,}67\,\text{kJ}$ und

$Q_2 = |Q_1| - W = 0{,}67\,\text{kJ}$ bleiben unverändert!

Die Gewinnung von Arbeit aus Wärme oder der Transport von Wärme gegen ein Temperaturgefälle erfolgen stets mit Hilfe eines Arbeitsgases, das eine Folge von technisch kontrollierten Zustandsänderungen periodisch durchläuft, so dass der Zustand am Ende eines Zyklus' wieder mit dem Anfangszustand übereinstimmt. Aus der Vielzahl solcher **Kreisprozesse** soll nun der **Stirling-Prozess** ausgewählt und mit Blick auf den **höchsten erzielbaren Wirkungsgrad** hin analysiert werden. Dazu betrachten wir einen vollkommen verlustfreien, das heißt **reversibel** durchgeführten Zyklus:

Stirling-Prozess



1 ⟶ 2: Das Arbeitsgas wird bei der niedrigen Temperatur T_2 isotherm komprimiert. Dabei nimmt es die Arbeit $W_{12} = -Q_2 = -\nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$ auf.

2 ⟶ 3: Bei der isochoren Druckerhöhung steigt die Temperatur von T_2 auf T_1 an. Wegen $\Delta V = 0$ ist auch die Arbeit $W_{23} = -p \cdot \Delta V = 0$.

3 ⟶ 4: Isotherme Expansion bei T_1. Abgegebene Arbeit: $W_{34} = -Q_1 = -\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}$

4 ⟶ 1: Isochore Drucksenkung: T_1 fällt auf T_2 ab. Kein Arbeitbeitrag: $W_{41} = -p \cdot \Delta V = 0$

Man sieht nun, dass der ideale Wirkungsgrad eines Stirling-Motors

$$\eta_{M,\,St} = 1 - \frac{\left|\nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}\right|}{\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}} = 1 - \frac{\nu \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}}{\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_1}{V_2}} = \mathbf{1 - \frac{T_2}{T_1}}$$

bei Prozessführung **allein durch das Temperaturgefälle** bestimmt wird und sich nur mit zunehmendem Temperaturunterschied verbessert. Durch technisch-konstruktive Maßnahmen können zwar unerwünschte Verluste, wie Reibung oder Wärmenebenströmung, verringert werden. Der **reale Wirkungsgrad** kann jedoch nicht über den idealen Wirkungsgrad hinaus gesteigert werden!

Zur Vertiefung

Historisch betrachtet wurde der optimale Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine zuerst von S. Carnot bestimmt. Der **Carnot'sche Kreisprozess** unterscheidet sich von dem Stirling'schen Kreisprozess dadurch, dass er anstelle der beiden isochoren Teilprozesse (2 ⟶ 3 und 4 ⟶ 1) adiabatische Zustandsänderungen durchläuft. Dadurch gestaltet sich die Analyse aufwendiger, mündet jedoch in dasselbe Ergebnis. Begründen Sie, dass es keinen, wie auch immer durchgeführten Kreisprozess gibt, dessen Wirkungsgrad größer als $1 - \frac{T_2}{T_1}$ ist!

Beispiel 4.2

Welchen Wirkungsgrad kann eine Wärmekraftmaschine, der ein Wärmereservoir von 80,0 °C und Grundwasser von 15,0 °C zur Verfügung stehen, nicht überschreiten?

$$\eta_M = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{(273{,}15 + 15)\,\mathrm{K}}{(273{,}15 + 80)\,\mathrm{K}} = 0{,}184 \quad (18{,}4\,\%)$$